



Facultad de Ciencias
Económicas y Empresariales

Valuación de acciones: un enfoque analítico.

MARCOS A. LUCERO



Universidad
Católica de Cuyo
San Luis

Valuación de acciones: Un enfoque analítico

Marcos A. Lucero

Documento de Cátedra

Junio de 2004

Agradezco el aporte y colaboración de Lic. Sara Alaniz, Cra. Estela Iparraguirre, Lic. Susana Ocampo e Ing. Juan Antonio Renaudo en la revisión de éste trabajo.

Índice

I. Introducción.....	3
II. Tipos de acciones.....	3
A. Acciones preferentes	
B. Acciones comunes u ordinarias	
III. Patrones de dividendos.....	5
A. Dividendos distintos en cada período	
B. Dividendos constantes	
C. Dividendos que crecen a una tasa constante	
D. Estimación de la tasa de crecimiento de los dividendos	
IV. Valuación de acciones.....	9
A. Valuación de acciones que otorgan dividendos distintos en cada período	
B. Valuación de acciones que presentan un patrón de dividendos constantes	
C. Valuación de acciones que pagan dividendos que crecen a una tasa constante	
V. Resumen.....	15
Apéndice A: Utilización de la calculadora financiera.....	16
Apéndice B: Cálculo del valor presente de una serie infinita	18
Bibliografía	20

Valuación de acciones. un enfoque analítico

I.- Introducción

La ley de Sociedades Comerciales (Ley 19.550) expresa en su artículo 163 que “el capital se representa por acciones y los socios limitan su responsabilidad a la integración de las acciones suscriptas”. Una acción representa la expresión mínima del capital de una empresa.

Cuando un inversor adquiere acciones de una empresa se está convirtiendo en socio de la misma, es decir en copropietario en una fracción representada por la cantidad de títulos en su poder respecto de la cantidad total de acciones emitidas.

Muchas empresas al momento de financiar sus actividades optan por hacer oferta pública de sus acciones en el mercado financiero. Por lo general esto sucede en empresas existentes que quieren ampliar su capital. Dichas empresas ofrecen las acciones, y otros activos financieros, al público.

El interrogante que se plantea es: ¿cómo valorar las acciones que un inversor está dispuesto a adquirir?; es decir, ¿cómo estimar el precio que debe pagar por los títulos?

II.- Tipos de acciones

Para poder estimar el precio de las acciones se debe considerar que existen varias clases de ellas. Cabe acotar que la siguiente clasificación no se realiza en base los aspectos legales, sino en los flujos de ingreso que obtendrá el adquirente durante el plazo de inversión.

Son dos los flujos que recibe un accionista:

- Los dividendos: es decir la proporción de las utilidades periódicas que la empresa decide no retener, sino distribuir a sus accionistas.

- El precio de venta o valor de liquidación: el inversor a su vez obtendrá un único flujo de ingreso cuando decida vender su acción, o cuando se liquide la sociedad.

Teniendo en cuenta los flujos que recibe un inversor, por el hecho de adquirir y mantener acciones de una empresa en su poder, se pueden clasificar estos títulos como:

A.- Acciones preferentes :

La preferencia otorgada por este tipo de acciones puede ser de dos tipos: preferencia en el voto y preferencia patrimonial.

- La preferencia en el voto está establecida en el artículo 216 de la Ley 19.550 el cual dispone que el estatuto societario puede crear clases de acciones que reconozcan hasta cinco votos por acción.

Sin embargo el mismo artículo y el subsiguiente establecen que aquellas acciones que tengan preferencia en el voto no pueden ostentar preferencia patrimonial, es decir que reciben los mismos dividendos que las acciones comunes.

- La preferencia patrimonial se refiere al reconocimiento, para sus tenedores, de ciertas ventajas patrimoniales sobre el resto de los accionistas comunes. Las ventajas que se pueden otorgar desde el punto de vista patrimonial pueden ser, entre otras:

- * Una participación adicional en las utilidades.

- * Una preferencia sobre las cuotas de liquidación, es decir cuando se extingue la sociedad.

- * El derecho a un dividendo preferencial. El mismo puede ser establecido como un monto fijo respecto del valor nominal de las acciones ó como un porcentaje respecto de las utilidades anuales. Por lo general se utiliza el dividendo preferencial como un monto fijo anual.

El dividendo preferencial puede a su vez ser acumulativo: se puede percibir en ejercicios futuros de manera conjunta con los dividendos del ejercicio pertinente en el caso de que en ejercicios anteriores no hubiese habido utilidad.

Como se mencionó anteriormente, no pueden coexistir las preferencias por el voto conjuntamente con las preferencias patrimoniales. Es así que los accionistas que poseen una preferencia patrimonial sólo tienen derecho a un voto por acción, al igual que los accionistas comunes y, aún más, puede estipularse que las acciones con preferencia patrimonial carezcan de voto.

En nuestro caso, al referirnos a acciones preferentes estaremos aludiendo a aquellas acciones que tienen una preferencia patrimonial, y más específicamente a aquellas que otorgan derecho a un dividendo fijo anual establecido respecto del valor nominal del título.

B.- Acciones comunes u ordinarias :

Generalmente se definen como “acciones ordinarias” a aquellas que no confieren ninguna clase de preferencia patrimonial o de otro carácter, y que se mantienen bajo el principio general de que los socios participan de las utilidades, bajo la forma de dividendos, en proporción a sus aportes.

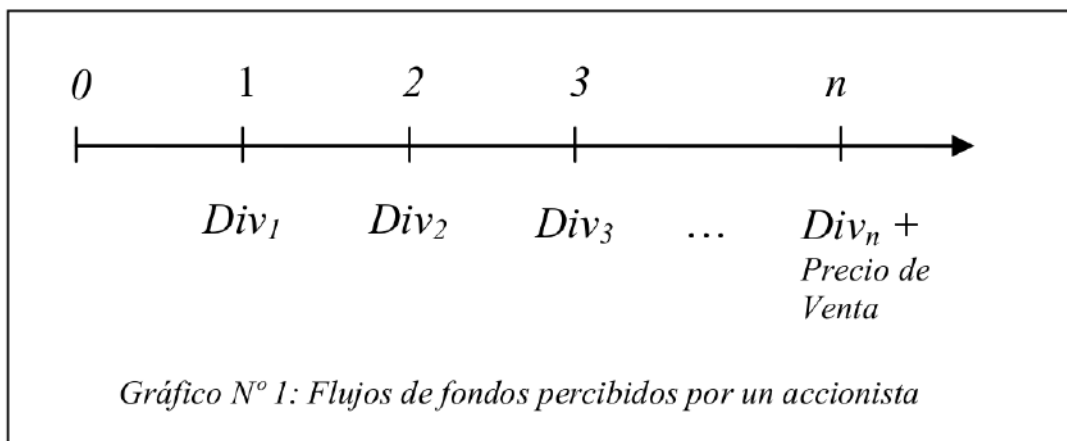
Este principio básico también supone que, desde el punto de vista de la política interna de la sociedad, cada acción otorga derecho a un voto.

III.- Patrones de dividendos.

A.- Dividendos distintos en cada período:

En general se puede afirmar que para las acciones ordinarias los flujos de ingresos para su tenedor son de dos tipos: los dividendos periódicos y el precio de venta de la acción (ó el ingreso por liquidación de la sociedad).

Gráficamente:



En el Gráfico 1 se puede observar que los dividendos son distintos en cada período. Estos dividendos serán el resultado de la decisión de retención de utilidades que establezca la empresa como política.

Así:

$$\text{Dividendo}_j = \text{Utilidades}_j - \text{Retención de utilidades}_j \quad (1)$$

Cuando en una empresa no existe una política de retención de utilidades los dividendos obtenidos por los accionistas coincidirán con el resultado del ejercicio de la empresa, siempre teniendo en cuenta que la distribución de los mismos se realiza a prorrata de acuerdo a la proporción de los aportes.

Lo presentado anteriormente es la estructura típica de flujos para el accionista. Como se verá más adelante, el hecho de que los dividendos distribuidos por la empresa cada año son distintos no permite establecer un patrón de comportamiento de los mismos que facilite el cálculo del valor de la acción. Aún así, se explicará el procedimiento práctico para llevar adelante tal tarea en el punto (IV.A.)

B.- Dividendos constantes :

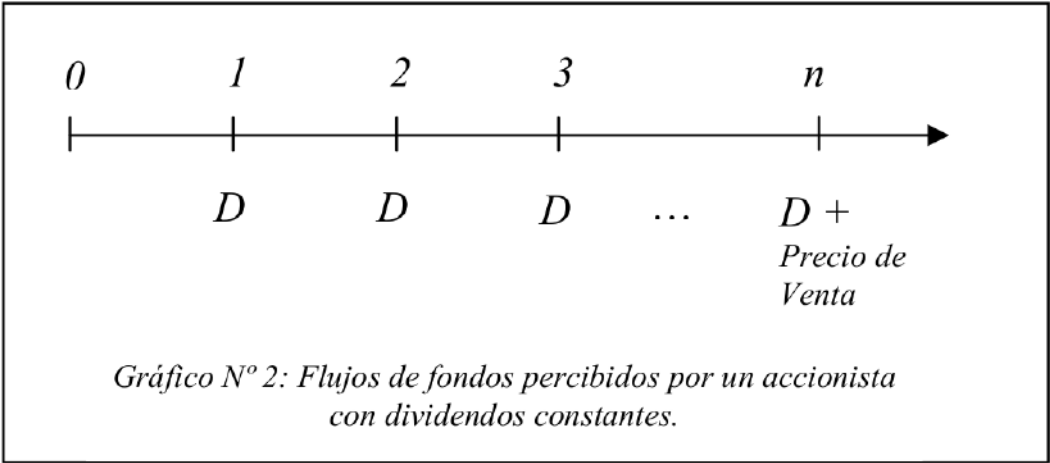
Otra posibilidad que existe respecto del comportamiento de los dividendos es que los mismos permanezcan constantes a lo largo de todo el período considerado.

Por lo tanto:

$$Div_1 = Div_2 = Div_3 = \dots\dots\dots = Div_n = \dots\dots\dots \tag{2}$$

Como todos los dividendos son constantes se expresan como “D”.

Así el Gráfico No 1 se verá modificado de la siguiente manera:



Por lo general este patrón de comportamiento de los dividendos corresponde a las acciones preferentes, tal como se explica en la sección II.A.-

C.- Dividendos que crecen a una tasa constante :

Una forma de pronosticar los dividendos futuros es suponer que los mismos crecen a una tasa constante, a la cual denominaremos “g”.

Por ejemplo, si se espera que el dividendo del primer año sea de \$25.- y que los restantes crezcan a una tasa constante del 10% anual, la corriente de dividendos futuros será:

Div_1	Div_2	Div_3	Div_4
\$25,00	\$27,50	\$30,25	\$33,275
<i>Tabla N° 1: Corriente de dividendos que crecen a una tasa constante del 10%</i>				

Como crecen a una tasa constante, se puede obtener el valor de los dividendos futuros de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} D_2 &= D_1 (1 + g) \\ D_3 &= D_2 (1 + g) = D_1 (1 + g)^2 \\ D_4 &= D_3 (1 + g) = D_1 (1 + g)^3 \end{aligned} \tag{3}$$

De manera general se puede establecer que:

$$D_t = D_1 (1 + g)^{t-1} \tag{4}$$

D.- Estimación de la tasa de crecimiento de los dividendos :

De la ecuación (1) se puede inferir que las utilidades obtenidas cada año por una empresa pueden ser retenidas en un cierto porcentaje y el resto puede distribuirse en forma de dividendos:

$$Utilidades_j = Retención\ de\ utilidades_j + Dividendos_j \tag{5}$$

Se hará el supuesto de que el destino de esas utilidades retenidas se utilizará para realizar nuevas inversiones en la empresa, esperando que dichas inversiones sean rentables. Si las inversiones nuevas son rentables, esto redundará en un crecimiento de las utilidades futuras de la empresa y por ende también se verificará un crecimiento en los dividendos.

Si se determina que del total de la utilidad de una empresa se retiene el 60% para realizar nuevas inversiones, y que esas inversiones generarán un rendimiento del 30%, entonces las utilidades crecerán:

$$\begin{matrix} \textit{Tasa de} \\ \textit{crecimiento de} \\ \textit{las utilidades} \end{matrix} = \begin{matrix} \textit{porcentaje} \\ \textit{de retención} \\ \textit{de utilidades} \end{matrix} \times \begin{matrix} \textit{tasa de} \\ \textit{rendimiento de las} \\ \textit{nuevas inversiones} \end{matrix} \quad (6)$$

$$h = \%RU \times TRNI$$

En nuestro ejemplo

$$h = 0,60 \times 0,30 = 0,18 = 18\%$$

Si la nueva inversión genera rendimientos del 30% anual y el 60% de las utilidades fueron destinadas a esa inversión, entonces las utilidades totales de la empresa crecerán a un ritmo del 18% anual. Note que aquí sólo crecen las utilidades, mientras que el porcentaje de retención siempre es constante.

Ahora si se retoma la ecuación (1)

$$\textit{Dividendo}_j = \textit{Utilidades}_j - \textit{Retención de utilidades}_j$$

y se expresa en forma de tasa de crecimiento, se obtiene:

$$\begin{matrix} \frac{\Delta \textit{Dividendos}}{\textit{Dividendos}} & = & \frac{\Delta \textit{Utilidades}}{\textit{Utilidades}} & - & \frac{\Delta \% \textit{Retención}}{\% \textit{Retención}} \\ \\ \frac{\textit{Div}_1 - \textit{Div}_0}{\textit{Div}_0} & = & \frac{\textit{Util}_{.1} - \textit{Util}_{.0}}{\textit{Util}_{.0}} & - & \frac{\% \textit{Ret}_{.1} - \% \textit{Ret}_0}{\% \textit{Ret}_0} \\ \\ g & = & h & - & \begin{matrix} \textit{Tasa crecim.} \\ \% \textit{retención de} \\ \textit{Utilidades.} \end{matrix} \end{matrix} \quad (7)$$

-Es decir que el crecimiento de los dividendos será igual al crecimiento de las utilidades menos el crecimiento de las retenciones. Pero ya se ha hecho notar que el porcentaje de retención de utilidades es siempre constante, o quizás hasta se haga sólo una vez, con rendimientos futuros positivos, por ello:

$$\Delta \% \text{ Retención de utilidades} = 0$$

Entonces:

$$\begin{array}{l} \textit{Tasa de crecimiento} \\ \textit{de los dividendos} \end{array} = \begin{array}{l} \textit{Tasa de crecimiento} \\ \textit{de las utilidades} \end{array} \quad (8)$$

Así:

$$g = h \quad (9)$$

Por lo tanto, de la ecuación (6) se puede establecer que:

$$g = \begin{array}{l} \textit{Tasa de retención} \\ \textit{de utilidades} \end{array} - \begin{array}{l} \textit{Tasa de rendim.} \\ \textit{nuevas invers.} \end{array} \quad (10)$$

$$g = TRU \times TRNI$$

IV.- Valuación de acciones.

Una vez analizados los distintos tipos de acciones, se está en condiciones de comenzar a valorar las mismas de acuerdo a los patrones de comportamiento de los dividendos. En general vamos a utilizar el modelo de descuento de dividendos, el cual calcula el precio de una acción como la sumatoria de los valores presentes de los flujos de dividendos futuros esperados. A ello, a su vez, habrá que adicionarle el valor presente del precio que se recibirá por la acción al momento de su venta, o en su caso, el valor de liquidación.

Para poder expresar el valor de la acción a valores corrientes, como sumatoria de todos los flujos de ingreso, se realiza el descuento de los distintos flujos que percibirá el

inversionista. Es decir que se toma en cuenta uno de los principios fundamentales en finanzas que dicta que el dinero no tiene el mismo valor a lo largo del tiempo.

Para descontar los flujos se utiliza la denominada “tasa de descuento ajustada a riesgo” ó “tasa de capitalización bursátil” ó “tasa de rendimiento requerida por los inversionistas”, representada por “k”.

Es por ello que si se conoce el valor del dividendo que se distribuirá en el próximo período y el precio de venta de la acción en ese mismo período, el precio o valor actual de la misma queda determinado por:

$$P_0 = \frac{D_1 + P_1}{1 + k} \quad (11)$$

donde D 1 es el valor del dividendo que percibirá el inversor en el período siguiente, P 1 es el precio que obtendrá por la venta de la acción, ó en su caso el valor de liquidación, y D 0 es el valor actual o precio que debe pagar por la acción.

De la misma manera, si se quisiera estimar cuánto valdría la acción el próximo período, suponiendo que la misma se venderá un período más tarde se obtiene:

$$P_1 = \frac{D_2 + P_2}{1 + k} \quad (12)$$

Así, si los accionistas fueran a mantener su inversión en acciones por dos períodos, se puede calcular el precio o valor actual sustituyendo el valor de P 1 en (11):

$$P_0 = \frac{D_1 + \frac{D_2 + P_2}{1 + k}}{1 + k} \quad (13)$$

$$P_0 = \frac{D_1}{1 + k} + \frac{D_2 + P_2}{(1 + k)^2}$$

Si se repite esta serie hasta un cierto período “n”, período hasta el cual el inversor estaría dispuesto a mantener la acción en su poder, se obtiene:

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \frac{D_3}{(1+k)^2} + \dots + \frac{D_n + P_n}{(1+k)^n} \quad (14)$$

De forma general se puede expresar como:

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{D_t}{(1+k)^t} + \frac{P_n}{(1+k)^n} \quad (15)$$

Note que esto último es la definición que se ofreció al comienzo de este apartado: el precio o valor actual de una acción se calcula como la sumatoria de los valores presentes de los dividendos futuros esperados, $\sum_{t=1}^n \frac{D_t}{(1+k)^t}$ más el valor presente del precio que se recibirá por la acción al momento de su venta, o en su caso, el valor de liquidación $\frac{P_n}{(1+k)^n}$.

A.- Valuación de acciones que otorgan dividendos distintos en cada período :

Como se mencionó anteriormente no existe una regla general para valuar las acciones cuando los dividendos son distintos en cada uno de los períodos.

Generalmente, se actualiza cada uno de los flujos de dividendos a la tasa correspondiente y luego se procede a realizar la sumatoria.

Ejemplo: si se desea mantener una acción por 5 años, al cabo de los cuales la misma se podría vender en \$380,00, con una tasa de capitalización bursátil del 15%, y una corriente de dividendos para el inversor como la siguiente:

<i>Div₁</i>	<i>Div₂</i>	<i>Div₃</i>	<i>Div₄</i>	<i>Div₅</i>
\$ 3,15	\$ 2,50	\$ 4,20	\$ 3,70	\$ 2,10

se puede calcular el precio de la acción como:

$$P_0 = \frac{3,15}{1,15} + \frac{2,50}{1,15^2} + \frac{4,20}{1,15^3} + \frac{3,70}{1,15^4} + \frac{(2,10 + 380,00)}{1,15^5} = \$199,47$$

Cada uno de los cálculos de los términos de esta suma se podrían realizar individualmente, o bien utilizar calculadora financiera.¹

B.- Valuación de acciones que presentan un patrón de dividendos constantes :

Los dividendos constantes se aplican, por lo general, a las acciones preferentes. Su estructura es la descrita en el Gráfico No 2. Sin embargo, debido a que éste tipo de acciones por lo general no se comercializan, sino que permanecen en poder del mismo accionista por mucho tiempo es que puede despreciarse el valor presente del precio de venta de la misma, o valor de liquidación. Pero aunque no se despreciera, su valor presente tiende a cero, por estar tan alejado en el tiempo.

Así para calcular el valor presente de este tipo de acciones:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D}{(1+k)^t} \quad (16)$$

Como el dividendo es constante se puede extraer “D” de la sumatoria:

$$P_0 = D \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+k)^t} \quad (17)$$

Es decir que el precio de este tipo de acciones está dado por el dividendo “D” multiplicado por una serie infinita proveniente de una secuencia {q t}, donde $q^t = \frac{1}{(1+k)^t}$

¹ En el Apéndice A se explica el procedimiento.

Se recuerda que una serie infinita S_n obtenida de una sucesión $\{q_n\}$ converge a:²

$$S_n = \frac{1}{1 - q}$$

Entonces se puede transformar (17) en:

$$\begin{aligned} P_0 &= D \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+k)^{t-1+1}} \\ &= \frac{D}{1+k} \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+k)^{t-1}} \\ &= \frac{D}{1+k} \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+k} \right)^{t-1} \end{aligned} \quad (19)$$

Considerando que:

$$q = \frac{1}{1+k} \quad \text{y} \quad n = (t-1)$$

Se tiene que resolver:

$$\begin{aligned} P_0 &= \left(\frac{D}{1+k} \right) S_n \\ &= \left(\frac{D}{1+k} \right) \frac{1}{1-q} \\ &= \left(\frac{D}{1+k} \right) \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{1+k} \right)} \\ &= \frac{D}{1+k} \frac{1}{\frac{1+k-1}{1+k}} \end{aligned} \quad (20)$$

2 En el Apéndice B se explica detalladamente.

Por lo tanto, el valor presente o precio que se debe pagar por una acción que presenta un patrón de dividendos constantes es:

$$P_0 = \frac{D}{k} \quad (21)$$

C.- Valuación de acciones que pagan dividendos que crecen a una tasa constante :

Suponiendo que se desprecia el valor presente del precio de venta de la acción y que los dividendos crecen a una tasa constante bajo el esquema presentado en la ecuación (4), entonces el precio queda determinado por:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_1(1+g)^{t-1}}{(1+k)^t} \quad (22)$$

En este caso D_1 también es un término constante, por lo que se puede extraerlo de la sumatoria:

$$P_0 = D_1 \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1+g)^{t-1}}{(1+k)^t} \quad (23)$$

Luego, utilizando el mismo procedimiento empleado en el apartado anterior:

$$P_0 = D_1 \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1+g)^{t-1}}{(1+k)^{t-1+1}}$$

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1+g)^{t-1}}{(1+k)^{t-1}} \quad (24)$$

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+k} \right)^{t-1}$$

Si una serie infinita S_n obtenida de una sucesión $\{Q_n\}$ converge a

$$S_n = \frac{1}{1-q}^3$$

y considerando:

$$q = \left(\frac{1+g}{1+k} \right) \quad \text{y} \quad n = (t-1)$$

Se obtiene:

$$P_0 = \left(\frac{D_1}{1+k} \right) S_n$$

$$P_0 = \left(\frac{D_1}{1+k} \right) \frac{1}{1-q}$$

$$P_0 = \left(\frac{D_1}{1+k} \right) \frac{1}{1 - \frac{(1+g)}{(1+k)}} \tag{25}$$

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} \frac{1}{\frac{1+k-1-g}{1+k}}$$

3 En el Apéndice B se explica detalladamente.

Por lo tanto el valor presente o precio que se debe pagar por una acción que otorga dividendos que crecen a una tasa constante es:

$$P_0 = \frac{D_1}{k - g} \quad (26)$$

V.- Resumen.

Una acción es la expresión mínima del capital de una empresa. Existen distintos tipos de acciones; las más comunes son las acciones ordinarias y las acciones preferentes. La preferencia puede ser de tipo patrimonial (preferencia en los dividendos o el valor de liquidación), ó de tipo político (preferencia en el voto).

Un accionista percibe, por invertir en una acción, un flujo de dividendos periódicos más el precio de venta de la acción o valor de liquidación.

La corriente de dividendos percibida puede no tener un patrón fijo de dividendos o bien se puede presentar que:

(a) los dividendos permanezcan constantes a lo largo del tiempo, ó (b) los dividendos crezcan a una tasa constante “g”.

La estimación de la tasa de crecimiento de los dividendos viene dada por las oportunidades futuras de inversión que la empresa realiza con las utilidades retenidas.

El modelo base que se utiliza para valorar las acciones es el “Modelo de Descuento de los Dividendos”.

No existe un método definido para valorar acciones que otorgan dividendos distintos en cada período; para llevar adelante dicha tarea se debe utilizar el procedimiento de cálculo del valor presente de los flujos de ingresos futuros.

Cuando un inversor pretende mantener en su poder la acción indefinidamente, o por un tiempo bastante prolongado, se puede despreciar el valor del precio de venta del activo financiero o valor de liquidación.

El precio de una acción que otorga un flujo de dividendos constantes viene dado por $P_0 = D / k$. El precio de una acción que otorga dividendos que crecen a una tasa constante “g” se calcula como: $P_0 = D_1 / (k - g)$.

Apéndice A: utilización de la calculadora financiera .

En el punto III.A. se analizó un ejemplo en el cual los flujos de dividendos percibidos por el accionista podrían ser distintos en cada uno de los períodos analizados.

Como se explicó, no se puede establecer un patrón de comportamiento de los dividendos, por lo cual es necesario actualizar, separadamente, cada uno de los flujos percibidos por el inversor.

Aquí se explicará el procedimiento de cálculo con la calculadora financiera Casio FC-200.⁴ Para ello se utiliza la tecla CFj, la cual permite ingresar los flujos, uno a uno, desde el período cero en adelante.

Suponiendo que una acción se venderá sólo después de haber cobrado el último dividendo es que los flujos de dividendos comenzarán a percibirse recién a partir del período 1. Pero la calculadora financiera asume que la primera vez que se presiona la tecla CFj corresponde al período cero, por lo tanto se deben cargar los datos de la siguiente manera:

0	CFj
3,15	CFj
2,50	CFj
4,20	CFj
3,70	CFj
382,10	CFj

Luego se ingresa la tasa de interés:

15	i %
----	-----

Y por último se calcula el Valor Presente Neto:

NPV	EXE
-----	-----

⁴ Para realizar éste procedimiento en otras calculadoras financieras consultar los respectivos manuales de usuario.

El Valor Presente Neto es igual al valor presente de los ingresos menos el valor presente de los egresos. En este caso, como no hay egresos, $CF_0 = 0$, con lo cual se obtiene así únicamente el valor presente de todos los flujos de ingreso.

En el gráfico siguiente se señalan las teclas de funciones utilizadas en la calculadora financiera.

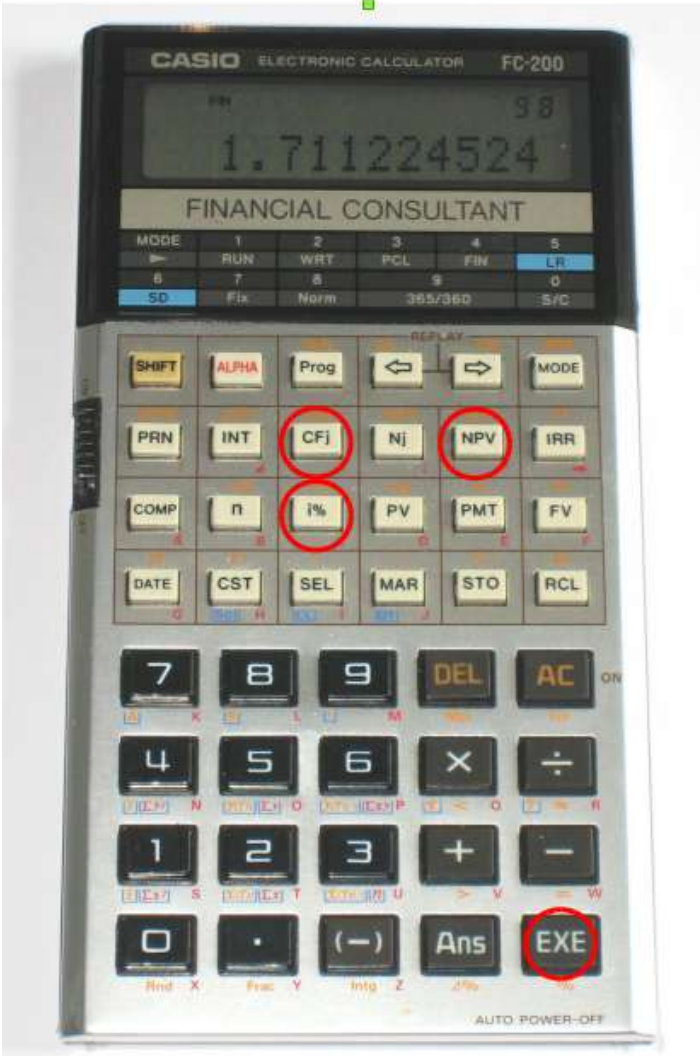


Gráfico No A.1: Teclas utilizadas en la Casio FC – 200

Apéndice B: Cálculo del valor presente de una serie infinita.

Dada una función $f(n) = q^n$ se puede definir una sucesión, o secuencia, cuyo

dominio es el conjunto $\{q^0, q^1, q^2, q^3, \dots, q^n\}$

Si se asocia con esta secuencia una suma de cada uno de los elementos de la misma se obtiene una serie S_n del tipo:

$$S_n = 1 + q^1 + q^2 + q^3 + \dots + q^n \tag{B.1}$$

Si se multiplica ambos miembros de (B.1.) por q se obtiene:

$$qS_n = q^1 + q^2 + q^3 + \dots + q^n + q^{n+1} \tag{B.2}$$

Ahora se resta (B.1.) – (B.2.):

$$\begin{aligned} S_n - qS_n &= \\ &= (1 + q^1 + q^2 + q^3 + \dots + q^n) - (q^1 + q^2 + q^3 + \dots + q^{n+1}) \end{aligned} \tag{B.3}$$

Al sacar factor común y simplificar se obtiene:

$$(1 - q)S_n = 1 - q^{n+1} \tag{B.4}$$

Por lo tanto:

$$S_n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{1}{1 - q} - \frac{q^{n+1}}{1 - q} \tag{B.5}$$

Ahora, si se efectúa el límite para $n \rightarrow \infty$ de (B.5) se obtiene:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{1 - q} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{q^{n+1}}{1 - q} \right) \tag{B.6}$$

El primer término de (B.5.) se ha extraído fuera del límite ya que es una constante.

Para resolver el límite se tiene que tener en cuenta que $0 < q < 1$. Para que ello ocurra tiene que existir un número $a > 1$ tal que $q = \frac{1}{a}$.

$$\text{Como } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{a} \right)^n = 0 \text{ entonces } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{q^{n+1}}{1-q} \right) = 0$$

Por lo tanto la serie S_n cuando $n \rightarrow \infty$ converge a $\frac{1}{1-q}$

Es decir que,

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$$

(B.7)

Bibliografía .

1. Bodie, Zvi y Merton, Robert. “Finanzas”. Primera edición revisada. Pearson Educación. México. 2003.
2. Brealey, Richard y Myers, Stewart. “Fundamentos de Financiación Empresarial”. 5a edición. Mc Graw Hill. Madrid.1998.
3. Haeussler, Ernest Jr. y Paul, Richard. “Matemáticas para Administración, Economía y Ciencias Sociales y de la vida”. 8ª edición. Pearson Educación. México. 1997.
4. Keown, Arthur et al. “Introducción a las Finanzas. La práctica y la lógica de la administración financiera”. 2a edición. Prentice Hall. Madrid. 1998.
5. Leithold, Louis. “El Cálculo con Geometría Analítica”. 6ª edición. Harla Ediciones. México. 1992.
6. Régimen de Sociedades Comerciales. Ley 19550. 15a edición. Revisado, ordenado y comentado por Jorge Osvaldo Zunino. Editorial Astrea. Buenos Aires. 1997.
7. Ross, Stephen; Westerfield, Randolph; y Jordan, Bradford. “Fundamentos de Finanzas Corporativas”. 5a edición. Mc Graw Hill. México. 2001.